

مطالعه در معماری ایران، برای فهم رابطه ریاضی و هندسه در شکل‌گیری آن

امین نیک‌مرام*: کارشناس ارشد مهندسی معماری، معماری، دانشگاه هنر اسلامی تبریز

Architect.Nikmaram@gmail.com

احد نژاد ابراهیمی: استاد معماری دانشکده معماری و شهرسازی دانشگاه هنر اسلامی تبریز

Ahadebrahimi@tabriziau.ac.ir

چکیده

معماری، هنر و دانش سامان‌دهی و نظم دادن به فضا است؛ با نگاهی گذرا به بناها و آثار دوره‌های مختلف معماری، شاهد آن هستیم که معماران و هنرمندان دوره‌های مختلف، برای رسیدن به این هدف، از علوم و ابزارهای مختلفی استفاده می‌کردند که یکی از مهم‌ترین آن‌ها، بهره‌گیری از دانش ریاضیات و هندسه می‌باشد که تأثیر بسزایی در مراحل مختلف خلق یک اثر معماری دارد. بررسی دلایل اهمیت هندسه در هنر و معماری و شکل‌های انعکاس آن در کل ساختار و اجزای بنا، با توجه به فرهنگ و ارزش‌های حاکم بر جامعه، مهم است. در دوره‌های اخیر، با بررسی بناهای موجود، شاهد کم‌رنگ شدن و تغییر نحوه استفاده از هندسه در رابطه با معماری و شهرسازی هستیم که اکثراً باعث ایجاد آشفتگی و ناهماهنگی در معماری و شهرسازی ایران شده است. در این پژوهش با پاسخ به این سوال که ریاضیات و هندسه چه نقش و تأثیری بر شکل‌گیری معماری داشته و معماران در چه زمینه‌هایی از آن بهره می‌بردند، سعی می‌گردد تا با دسته‌بندی کاربردهای هندسه در معماری بتوان گامی در جهت حفظ یکپارچگی و شکوه معماری ایران برداریم. این تحقیق از نوع توصیفی تحلیلی بوده و هدف از آن شناخت رابطه میان هندسه و ریاضیات با معماری است. یافته‌ها نشان‌دهنده این است که انسان همواره با هندسه آشنا بوده و در هر دوره متناسب با نیازهای خود و امکاناتی که در اختیار داشته در زمینه‌های مختلف از دانش هندسه و ریاضیات بهره گرفته است؛ که می‌توان آن‌ها را در سه مقیاس کلان (طراحی شهری)، میانه (معماری) و خرد (تزئینات و هنرهای وابسته به معماری) دسته‌بندی نمود که ارتباط میان این سه مقیاس نیز همواره توسط هندسه تأمین می‌شود.

واژه‌های کلیدی: معماری ایرانی، ریاضی در معماری، هندسه در معماری

مقدمه

با بررسی آثار و بناهای به‌جامانده از دوره‌های مختلف تاریخ ایران، نمودهایی از کاربست هندسه در هنر و معماری گذشته قابل‌مشاهده است. به اعتقاد اکثر محققین در تمامی مراحل شکل‌گیری اثر معماری رابطه تنگاتنگی بین هندسه و نیارش دیده می‌شود (ابوالقاسمی 1385، 366). معمار ایرانی با بهره‌گیری از دانش هندسه و استفاده مناسب از آن، زمینه را برای ساخت بنایی متناسب، زیبا و مقاوم فراهم می‌نماید.

به‌کارگیری هندسه، شیوه‌های ترسیم و به کار گرفتن انواع خاص آن، در معماری ادوار گذشته ایران، وظیفه هر معماری بوده و وجه تمایز معماران و رقابت آنان با یکدیگر بر همین محور استوار بوده است؛ بنابراین استفاده از هندسه در معماری ایران اهمیت داشته است (مولوی 1381، 9). اشراف معمار به علم هندسه و استفاده خلاقانه از آن، تبدیل مفهوم به فضا و فرم را در فرآیند طراحی تصویر می‌کند و فرسایش مفهوم را در این روند به حداقل می‌رساند؛ حاصل چنین فرایندی نوعی معماری است که به‌دور از برداشته‌های سلیقه‌ای، به لحاظ نظم و تناسبات قابل‌درک است (نجف‌قلی پور کلانتری و دیگران 1396). این معماری در طی سالیان مدید به وجود آمده و با ویژگی‌های هر منطقه مانند اقلیم، فرهنگ، جغرافیا، تکنولوژی، زمان و ... شکل‌گرفته است، در این میان ویژگی بارزی که می‌توان در اکثر بناهای فاخر و سنتی ایرانی-اسلامی مشاهده کرد، نظم بخشیدن به فضا، برقراری روابط درست و منطقی بین اجزای بنا، ارتباط بین نقشه‌های بنا و نمای آن‌ها (ظاهر و عملکرد)، طراحی انواع قوس و گنبد، همگی با بهره‌گیری از الگوهای درست هندسی میسر شده تا در راه شکوهمند سازی خود بتوانند گام بردارند و این چنین شده که بناهای ادوار گذشته ایران از لحاظ سازه و زیبایی‌شناسی موفق به عرضه معماری چشمگیر و متنوع شده‌اند که همواره مورد توجه و ستایش جهانیان قرار می‌گرفت به‌گونه‌ای که جهانگردان خارجی در سفرنامه‌هایشان به توصیف و تحسین آثار معماری فاخر ایرانی می‌پرداختند، به بیانی دیگر می‌توان هندسه را جوهره پنهان معماری در دوره‌های مختلف دانست.

در دوره‌های اخیر با بررسی بناهای موجود شاهد کم‌رنگ شدن و تغییر نحوه استفاده از هندسه در رابطه با معماری و شهرسازی هستیم به‌گونه‌ای که این معماری وارداتی به همراه هندسه مورد استفاده در آن هیچ‌سختی با فرهنگ و معماری گذشته ایران نداشته و در مقیاس‌های مختلف علی‌الخصوص میانه و کلان باعث آشفتگی در معماری و شهرسازی ایران شده است. در این تحقیق برآنیم تا با بررسی رابطه میان ریاضیات و هندسه با معماری در دوره‌های مختلف و نحوه بهره‌گیری معمار ایرانی از ریاضیات و هندسه برای حل مسائل موجود در مراحل طراحی و اجرای بناها، بتوانیم گامی هرچند کوچک در راستای حفظ یکپارچگی و شکوه معماری ایران برداریم.

در ادامه برای درک بهتر کارهای صورت گرفته در این حوزه، بر اساس نقاط مشترکشان دسته‌بندی‌هایی ارائه گردید تا مخاطب بتواند دیدی روشن از کارهای صورت گرفته و رویکرد هر یک داشته باشد، سپس با توجه به شکوفایی معماری در دوران اسلامی، ریشه و مفهوم هندسه از دیدگاه اندیشمندان اسلامی بررسی گردید در مرحله بعد هندسه و ریاضی در معماری ایران، نقش هر یک، رابطه و تأثیری که از هم گرفتند و کاربردهایی که هندسه و ریاضیات در معماری داشته‌اند در دوره‌های قبل و بعد از اسلام مورد مطالعه قرار گرفت و در نهایت زمینه‌های کاربردی آن‌ها در معماری ارائه گردید.

روش تحقیق

این نوشتار، از نوع نظری-بنیادین است. سؤال اصلی پژوهش این است که ریاضیات و هندسه چه نقش و تأثیری بر شکل‌گیری معماری داشته و معماران در چه زمینه‌هایی از آن بهره می‌بردند که هدف از آن شناخت رابطه میان هندسه و ریاضیات با معماری واکاوی جایگاه و نقش هندسه و ریاضیات در سیر تحول معماری است. این پژوهش از نوع توصیفی تحلیلی بوده که در آن داده‌ها و اطلاعات به روش کتابخانه‌ای جمع‌آوری شده و سعی گردیده تا از کتب مرجع و تألیفات و مقالات معتبر استفاده شود.

پیشینه پژوهش:

به‌طور کلی مطالعات تاریخ علم و معماری، نشان‌دهنده سه دیدگاه متمایز، در زمینه رابطه هندسه و ریاضیات با معماری است؛ **دسته اول**، عده‌ای از صاحب‌نظران هستند که با گره زدن پیشرفت معماری به ارتقای دانش ریاضی، بر وجود نوعی رابطه یک‌طرفه از ریاضی به معماری تأکید می‌کنند، دلایل این مدعی توسط آنان، وجود اصول انتزاعی و عقلی در ریاضیات است که می‌تواند تکیه‌گاه اصلی محکمی برای ارتقای معماری باشد. بر اساس چنین تفکیکی، پژوهشگرانی مانند «طاهری» معتقدند که معماران و بنایان ارتباط مستقیمی با میراث علمی و فنی ریاضی‌دانان نداشته و این میراث به‌واسطه معماران شبهه ریاضیدان و پیشرو، به زبان مسائل عملی معماری ترجمه و توسعه می‌یافت (طاهری 1394). **دسته دوم**، دانشمندانی مانند «صلیبا»¹ (Saliba 1995) و «هولود»² (Holod 1988) به نقش ریاضیدانان و وجود رابطه بین متون ریاضی و معماری مشکوک هستند؛ آن‌ها، دانش ریاضی مرتبط با معماری را به‌صورت شفاهی در نظر گرفته و رابطه ناچیزی بین این دو گروه مشاهده کردند. **دسته سوم**، محققانی مانند «بولاتوف»³ (1978)، «چرباچی»⁴ (1989)، «اوزدورال»⁵ (1992، 1995، 1998، 2002) و «نجیب اوغلو»⁶ (1995) هستند که بر نقش علوم، متون ریاضی و ریاضی‌دانان در معماری (به‌ویژه در دوران اسلامی) تأکید می‌کنند، «نجیب اوغلو»، به‌وضوح سهم ریاضیات در معماری را از

1 - Saliba

2 - Holod

3 - Bulatov

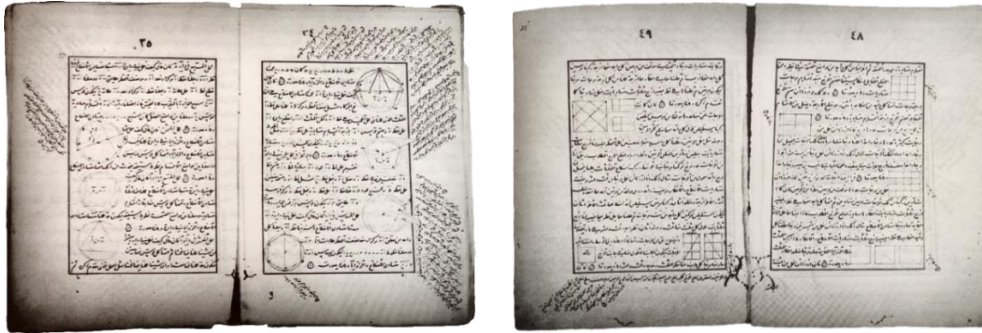
4 - Chorbachi

5 - Özdural

6 - Necipoglu

طریق تأکید بر نقش ریاضی‌دانان در نوشتن متون ریاضی مرتبط با معماری، ذکر کرده است (Denny 1998)؛ همچنین «اوزدورال» نقش اصلی تحولات در معماری و صنایع مربوطه را وابسته به ریاضیدانان دانسته است (Özdural 1995) به نقل از (طاهری 1390).

همان‌طور که اشاره شد، به نظر می‌رسد در جهان اسلام، بین هندسه شناسان و معماران رابطه‌ای وجود داشته است و توصیف زبانی این رابطه را می‌توان در مفهوم عربی هندسه، مشاهده کرد که نه تنها بر اساس هندسه، بلکه به معنای مهندسی است. ریاضیدانان مسلمان، مانند «ابوالوفاء محمد بوزجانی» و «غیاث‌الدین جمشید کاشانی»، رساله‌هایی باهدف توصیف اصول اساسی هندسه و کاربردهای آن در معماری، ارائه کردند. چنین رساله‌هایی فنی هستند و هدف آن‌ها این است که اصول ریاضی را برای غیرمتخصصان آسان‌تر و قابل فهم‌تر کنند. به نظر می‌رسد، تحولات ریاضیات و در نتیجه هندسه و ظهور ابزارهای جدید، در سلسله‌های تاریخی ایران مستقیماً بر تحولات معماری ایران تأثیر گذاشته است.

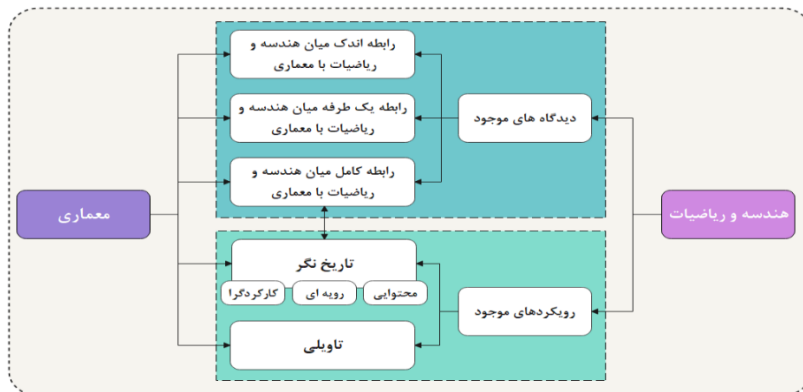


شکل 1- صفحاتی حاوی متن و اشکال هندسی از کتاب ابوالوفاء محمد بوزجانی به نام «فیما یحتاج الیه الصانع من اعمال الهندسه» (آنچه صنعتگر از اعمال هندسه نیاز دارد) رساله‌ای درباره هندسه عملی که اصول ریاضی را برای غیرمتخصصان و صنعتگران آسان‌تر و قابل فهم‌تر می‌کرد (نجیب اوغلو 1389، 184-186)

از میان دیدگاه‌های مطرح‌شده میان هندسه و ریاضیات با معماری، دیدگاه سوم (رابطه کامل میان هندسه و معماری) به دلیل وجود شواهد و مدارک متعدد از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است و همواره محققین بسیاری به وجود رابطه تنگاتنگ بین هندسه و معماری در تمام مراحل شکل‌گیری بنا اذعان کرده و هر یک از آن‌ها این ارتباط را از جنبه‌های مورد مطالعه و بررسی قرار داده‌اند؛ که می‌توان متناسب با مشابهت‌های آن‌ها باهم، هر کدام را در یک رویکرد قرار داد، بر این اساس، با بررسی مطالعات صورت گرفته می‌توان دو رویکرد اصلی در زمینه رابطه هندسه و ریاضیات با معماری مطرح نمود:

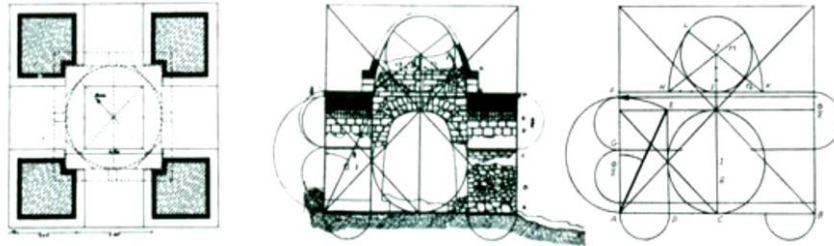
رویکرد نخست، رویکردی تأویلی است که رابطه ریاضی و معماری را از نگاه سنت‌گرایان بررسی می‌کند، سنت‌گرایانی مانند «بوکهارت»، «شوان» و «نصر» که به هنر، فراتر از دیدگاه تاریخی می‌نگرند و مؤلفه‌های اساسی و فرازمانی ادیان را به‌عنوان سرچشمه اصلی هنر سنتی و قدسی معرفی می‌کنند. در جهان‌بینی ادیان شرقی و به‌ویژه اسلام، اشکال هندسی ابعاد کیهانی را بیان می‌نماید و در ساخت بناهای مقدس بازتاب می‌یابند.

رویکرد دوم، در مقابل رویکرد نخست قرار دارد و محققین این رویکرد با نگرشی تاریخی نگر بر این باورند که تکوین سنت هنر و معماری، صرفاً از طریق مطالعه آثار و بررسی اسناد میسر نمی‌شود، بلکه باید این مسئله را در دو زمینه عام فرهنگی (فرهنگ، تمدن و علم) و نظریه عام هنر و تکامل آن دوران، مورد مطالعه قرار داد. محققین این رویکرد خود، در سه گروه قرار می‌گیرند: **گروه اول**، با نگاهی کارکردگرایانه (رابطه هندسه و ریاضیات با معماری را به‌صورت کارکردی می‌دانند)، به بررسی فنی، ساخت، پیاده‌سازی نقشه‌ها، نحوه ترسیم نقوش هندسی و ارزیابی اصول زیبایی‌شناسی با استفاده از اصول پیمون و تناسبات طلایی می‌پردازند. **گروه دوم**، با رویکردی محتوایی، به توصیف رویدادهای تاریخی در ارتباط با معماری و ریاضیات می‌پردازند و **گروه سوم**، رویه‌های ذهنی مشترک در ریاضیات و معماری را که بر کار ریاضیدانان و معماران در دوره‌های مختلف تاریخی تأثیر داشته، مورد مطالعه قرار می‌دهد (بنی‌هاشمی و بی‌تی 1398) (نمودار 1).



نمودار 1- رابطه میان هندسه و ریاضیات با معماری، از منظر دیدگاه‌ها و رویکردهای مطالعاتی موجود- مأخذ: نگارندگان

با توجه به پیشینه تمدنی ایران و حجم انبوه آثار هنری و معماری به‌دست‌آمده از دوران مختلف، مطالعات متعددی در مورد رابطه میان هندسه و ریاضیات با معماری صورت گرفته است، از پژوهش‌های منتشرشده در زمینه هندسه و تناسب می‌توان به کارهای محققین شوروی سابق نظیر تحلیل‌های هندسی از «بولاتوف»^۱، «مان کوفسکایا»^۲، پژوهش‌های «دونالد ویلبر»^۳ که مشخصاً در دوره‌های تیموری و ایلخانی متمرکز بوده‌اند (کلمبک و ویلبر 1374) به نقل از (نجف قلی پور کلاتری و دیگران 1396) و یا مطالعات صورت گرفته نظیر «مقبره امیر اسماعیل سامانی» توسط «آرتور پوپ»^۴، «چهارطاقی نیاسر» توسط «هاردی»^۵ اشاره کرد.



شکل 2- نمونه‌ای از تحلیل هندسی صورت گرفته برای پی بردن به تناسب هندسی و تطبیق عدد طلایی به‌عنوان مدول حاکم بر تناسبات بنای چهارطاقی نیاسر ترسیم هاردی (گذار 1388، 153)

همچنین در سال‌های اخیر مطالعاتی در مورد رابطه هندسه و معماری صورت گرفته است که می‌توان آن‌ها را بر اساس رویکردهای مطرح‌شده در نمودار 1، به‌صورت جدول زیر طبقه‌بندی نمود.

جدول 1- بخشی از سابقه تحقیقات صورت گرفته در مورد هندسه، با توجه به رویکردهای تأویلی و تاریخ نگار مرتب‌شده بر اساس سال انتشار-ماخذ: نگارندگان برگرفته از (بنی‌هاشمی و بیٹی 1398)

گونه شناسی مطالعات حوزه ریاضی و معماری	عنوان پژوهش	پدیدآورنده	سال انتشار	رویکرد	محتوا و نتیجه‌گیری	تأویلی	
						تاریخی	کارکردی
تأویلی	جایگاه هندسه مقدس در بازشناسی هویت معماری سنتی ایران	موسویان	1396	تأویلی	بررسی مبانی هندسه مقدس و تبیین مفاهیم نهفته در ساختار نقوش هندسه مقدس	تاریخی	تأویلی
	نظام فضایی پنهان معماری ایرانی و ساختار آن	تقوایی	1386	تأویلی	بررسی نظام فضایی معماری ایرانی بر مبنای هندسه شهودی از عالم		
	جایگاه کیهان‌شناختی دایره و مربع در معماری مقدس (اسلامی)	بلخاری	1384	تأویلی	تفسیر مبانی و اشکال هندسی بر مبنای آموزه‌های دینی		
تاریخی	اسرار نقوش	جوکار	1396	تأویلی-تاریخی	پرداختن به مفهوم حکمی نقوش بر اساس نوشته‌ها و نسخ دوره اسلامی و رموز عددی با تمرکز بر اعداد مقدس	تاریخی	تأویلی
	حس وحدت	اردلان - بختیار	1391	تأویلی-تاریخی	بازخوانی معرفت نهفته و سنت مقدس در معماری		
	هندسه مقدس در طبیعت و معماری ایران	حجازی	1387	تأویلی-تاریخی	بررسی تاریخی نسبت‌های عددی و هندسی زیبایی موجود در طبیعت و انطباق با نمونه‌های موردی معماری ایران		
	هندسه جاویدان (هندسه آسمانی) در معماری اسلامی	علی‌آبادی	1386	تأویلی-تاریخی	مباحثی تطبیقی برخی اصول سنتی معماری ایران با آموزه‌های دین و قرآن		
	الگوهای هندسی معماری ایران و بررسی این الگوها از پیدایش اولین تمدن‌ها تا دوران معاصر	مهرداد- روشن	1398	موردی	استفاده از عدد 4 (مربع و مستطیل) در هندسه معماری ایران به‌عنوان یک الگوی هندسی آشکار یا پنهان		
	شکل‌گیری فضا در اثر پیوند مفهومی موسیقی-ریاضی و معماری	تخمچیان قره بیگلر نژاد ابراهیمی	1396	موردی	بررسی و تطبیق تناسبات هندسی و هارمونی موسیقی در جلouxان و آسمانه گنبد مسجد شیخ لطف‌الله		
	آزمون دو نظریه پیمون و مستطیل طلایی ایرانی در خانه‌های قاجاری شیراز	ذاکری و همکاران	1395	همبستگی	ارزیابی کمی دو نظریه پیمون و مستطیل طلایی در نمونه‌های موردی و تعیین خطای ارزیابی هر کدام		
بازخوانی تحلیل اصول هندسی و تناسب طلایی در مدرسه شوکتیه	هاشمی زج آبادی و همکاران	1394	موردی	مطالعه، تطبیق و ارزیابی تناسبات هندسی در مدرسه شوکتیه			

1 - Bulatov
2 - Mankovskaya
3- Donald Newton Wilber
4 - Arthur Upham Pope
5 -Godfrey Harold Hardy

مطالعه، تطبیق و ارزیابی تناسب هندسی در بنای قصر خورشید	موردی	1392	رضازاده- ثابت فرد	بازشناسی کاربرد اصول هندسی در معماری سنتی (مطالعه موردی: قصر خورشید و هندسه پنهان آن)	تاریخ
معرفی روش تاریخی پیاده‌سازی و ترسیم نقشه	موردی	1390	ولی بیگ فخراری مهدی‌زاده	به‌کارگیری مثلث‌های هنجار در محاسبات ریاضی و پیاده‌سازی هندسه در ساخت و اجرای معماری سنتی ایران	
توصیف، مطالعه، تطبیق و ارزیابی نظریه پیمون در نمونه موردی با در نظر گرفتن متفاوت بودن پیمون در نقاط مختلف ایران نسبت به اقلیم، مصالح و محل ساخت بنا	تاریخی/موردی	1381	بمانیان	مقدمه‌ای بر نقش و کاربرد پیمون در معماری ایرانی	
بررسی تناسب طلایی در بدن انسان و نمونه‌های موردی و ارائه رهنمودهایی برای کنترل تناسب بنا	تاریخی/موردی	1380	راب کریر	تناسبات در معماری	
مطالعه، تطبیق و ارزیابی تناسب هندسی در مسجد شیخ لطف‌الله	موردی	1375	حاجی قاسمی	هندسه پنهان در نمای مسجد شیخ لطف‌الله	
سیر تحول تاریخی هندسه در ساختار خانه‌های پیش‌از تاریخ ایران	تاریخی	1396	سلطان‌زاده- یوسفی	چگونگی کاربرد هندسه و تفکیک فضا در معماری پیش‌از تاریخ ایران	
بررسی رابطه ریاضیات و معماری از طریق دانشنامه‌ها و متون علمی	تاریخی	1394	طاهری	مناسبات معماری با علوم دقیقه در متون علمی دوره اسلامی	
مطالعه تطبیقی اعداد و حروف از طریق حساب جمل، یافتن کلیدهایی برای رمزگشایی دوباره نقش علوم اعداد و هندسه در معماری ایران	تاریخی	1393	طاهری- ندیمی	بعد پنهان در معماری اسلامی	
بررسی تأثیر تاریخی آثار ابوالوفا بوزجانی در روش عملی معماران	تاریخی	1391	طاهری- ندیمی	بازخوانی میراث ابوالوفا بوزجانی در صناعات معماری	
بررسی تطور تاریخی هندسه معماری مساجد ایران	تاریخی	1391	حجت-ملکی	همگرایی سه گونه بنیادین هندسی و پیدایش هندسه مسجد ایرانی	
نقش اصحاب ریاضیدان اعم از عالمان هندسه، حساب، نجوم، موسیقی (تناسبات)، حیل و اوزان در معماری	تاریخی	1390	طاهری	نقش ریاضی‌دانان در معماری به روایت متون دوره اسلامی	
بررسی تأثیر تاریخی آثار غیاث‌الدین کاشانی در روش عملی معماران	تاریخی	1390	طاهری	دانش ریاضیات معماری در آثار کاشانی	
بررسی سابقه به‌کارگیری عوامل مؤثر در ساخت بنا مانند ترسیم نقشه، هندسه و حساب در معماری	تاریخی	1384	نیستانی	سابقه ترسیم نقشه و کاربرد هندسه و حساب در معماری اسلامی (از سده‌های نخستین اسلامی تا اواسط قرن 9 ق)	
بررسی تاریخی و نظری درباره هندسه و نقش تزئین در معماری اسلامی	تاریخی	1379	نجیب اوغلو	هندسه و تزئین در معماری اسلامی: (طولمار توفیقی)	
بررسی تاریخی رابطه ریاضیدانان و معماران	تاریخی	1380	آلبای اوزدورال	عمر خیام و معماری	
بررسی نقوش مشترک هندسی در هنرهای اسلامی به‌ویژه گچ‌بری‌های قرون نخستین اسلامی - مضامین نقوش هندسی اوایل دوره اسلامی، ترکیبی از مضامین فلسفه یونانی و اسلامی	تاریخی-رویه‌ای	1392	شریفی‌نیا- نیستانی - موسوی	تعاملات علمی در قرون نخستین اسلامی بر اساس مطالعات باستان‌شناسی (با تأکید بر نقوش هندسی تزئینات گچ‌بری‌های قرون نخستین اسلامی)	رویه‌ای

تحقیق پیش رو در دسته‌بندی‌های فوق (نمودار 1)، جزو مطالعاتی است که معتقد به وجود ارتباط میان ریاضیات و هندسه با معماری است و رویکرد آن تاریخ

نگر می‌باشد

ریشه، معنی و مفهوم هندسه از دیدگاه اندیشمندان اسلامی

قدم اول جهت درک جایگاه هندسه، شناخت آن است. برای این منظور ابتدا ریشه کلمه «هندسه» از نظر زبانشناسی و سپس دیدگاه‌ها و نظرات دانشمندان اسلامی

در مورد هندسه مورد بررسی قرار می‌گیرد.

هندسه در زبان پهلوی «هندچاک» (فره وش 1352، 75) و «اندازگ» (نجف قلی پور کلاتری و دیگران 1396) نامیده می‌شد و در واقع با ترجمه متن‌های

پهلوی به عربی، اندازه به شکل معرب «هندسه» درآمد است؛ در زبان‌های اروپایی، ریشه‌ای یونانی دارد و از «گنومتري»¹، به معنای مساحی و اندازه‌گیری زمین

گرفته‌شده است (حجازی 1387) و (Al-Daffa 1977) (مولوی 1381، 12). «المنجد» این واژه را دارای ریشه فارسی می‌داند (ابوالقاسمی 1385، 364)، ریشه

نخست این واژه «زامیگ پیمان»² بوده است که واژه نخست، برابر زمین و واژه دوم برابر با اندازه است (مکنزی 1388، 169). در فرهنگ واژگان نیز این واژه، برابر با

«شکل و اندازه» آورده شده است.

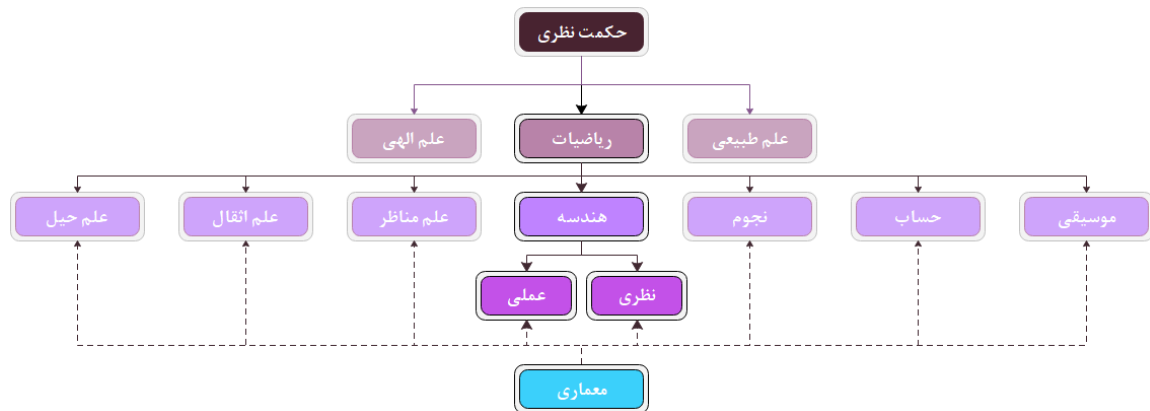
1 - Geometry

2 - Zamig-peymaneh

«خوارزمی» هندسه را معرب واژه «اندازه» می‌داند (آرین 1384، 93) و (نقره‌کار 1392، 209) «ابن‌سینا»، هندسه را علم شناخت وضع خطوط، اشکال، سطوح و نسبت‌ها می‌داند (ابن‌سینا 1406، 88) که رابطه مابین نقاط، طول‌ها، سطوح و حجم‌ها را تعیین می‌کند و نسبت‌های میان آن‌ها و مشتقات و توابعشان را نشان می‌دهد (مولوی 1381، 12). «ابوریحان بیرونی» هندسه را دانستن اندازه‌ها و خاصیت صورت‌ها و شکل‌ها که در جسم موجود است، تعریف می‌کند (پارسا و فخار تهرانی 1392). از نظر اخوان‌الصفاء، هندسه زبان عقل است و هدایت‌گر گذار از عالم محسوس به عالم معقول است (آشتیانی و مراد زاده 1398). تعاریف مشابه دیگری توسط اندیشمندان اسلامی، برای هندسه ارائه گردیده که همگی بر رابطه هندسه با اشکال و نسبت‌ها (هاشمی زرج آباد، ضیایی نیا و قربانی 1394) و استفاده از اندازه تأکید دارند. علم هندسه مثل همه علوم دیگر، از مشاهده و تجربه ناشی شده است. در قرآن که اصلی‌ترین و اصیل‌ترین منبع اندیشه اسلامی است، صورت فیزیکی و ساختاری عالم در قالب یکی از کلیدی‌ترین واژه‌های جهان‌بینی اسلامی یعنی قدر بیان شده است (بلخاری قهی 1390، 391) «و الذی قدر فهدی» (قرآن کریم، سوره 87: آیه 3). در تفسیر این آیه آمده است: «خداوند آنچه را خلق کرده، با اندازه مخصوص و حدود معین خلق کرده، محمدرضا تابش و هم در ذاتش و هم در صفاتش و هم در کارش».

علم هندسه، با اشکال، اندازه‌ها، موقعیت نسبی، ویژگی‌های فضا (نقره‌کار 1392، 209)، شناخت مقادیر و نسبت‌ها (فارابی 1381، 82) سروکار داشته و ابزاری مناسب برای نظم بخشیدن به معماری و برقراری روابط آگاهانه میان اجزای بنا با یکدیگر است (نجف قلی پور کلاتتری و دیگران 1396). توانایی تشخیص و مقایسه اشکال، درک مفهوم مساحت و تخمین زمان لازم برای پیمودن مسافتی خاص را می‌توان نخستین یافته‌های انسان، از داده‌های هندسی محیط اطراف خود دانست. هدف بنیادی همه نظریه‌ها درباره هندسه و تناسب در کار هنری، پدید آوردن احساس نظم و سامان بخشی میان بخش‌های مختلف یک اثر می‌باشد که این ساماندهی در یک‌رشته تجربیات پیوسته توسط شخص، امکان ایجاد بحث زیبایی را داشته باشد هر دستگاه ساماندهی هندسه و تناسب دارای نسبت‌های ویژه‌ای است که میان بخش‌ها باهم و نیز هر بخش با کل برپا است بشر از دیرباز به رابطه میان اندازه‌ها و شکل‌ها پی برده و تلاش کرده با اندازه‌ها به شکل‌ها برسد یا با شکل‌ها اندازه‌ها را نشان دهد بنیاد طبیعت و چیزهایی که در آن هستند، بر پایه تناسب ویژه‌ای پی‌ریزی شده است و بشر از گذشته‌های دور در پی کشف این تناسب بوده است تا هم کنج‌کاوی خود را پاسخ دهد و هم از این تناسب بر آفریده‌های خود بهره‌گیری کند (بمانیان 1390: 16).

متون علمی و حکمی در تمدن اسلامی، یکی از اصلی‌ترین منابع برای شناخت مبانی نظری معماری است. فارابی حوزه نظری علم را به سه دسته (ریاضیات، طبیعی و علم الهی) تقسیم کرده است و علم تعلیمی را به هفت قسمت (حساب، هندسه، علم مناظر، نجوم، موسیقی، علم ائصال و علم حیل) تقسیم می‌کند که همه زیرمجموعه ریاضی محسوب می‌شوند (فارابی، 1364). در متون کهن اسلامی، ریاضیات دانش ارزشمندی است که در دو حوزه نظری و عملی، نقش مؤثری در دیدگاه‌های انسان و صناعات عملی او دارد. فارابی به‌صراحت، صناعت معماری را ذیل ریاضیات به‌خصوص بخش هندسه می‌آورد و تمام این علوم در معماری به‌نوعی مورد استفاده قرار می‌گیرد (شکل 3)؛ در میان علوم سه‌گانه حوزه نظری، ریاضیات دارای خواص ذومراتبی است. به عبارتی این دانش، هم می‌تواند در ذهن به‌طور مستقل، نسبت به علوم معقول شناخت پیدا کند و هم در عالم خارج (از جمله اجسام) با واقعیت‌های عینی تطابق یابد.



شکل 3- دسته‌بندی علوم از دیدگاه فارابی و رابطه آن با معماری - مأخذ: نگارندگان

با توجه به رساله دوم «اخوان‌الصفاء»، هندسه همواره دارای دو جنبه متفاوت بوده و در دو زمینه گسترش یافته است؛ **جنبه نظری و ریاضی (هندسه نظری یا معقول)** و **جنبه عملی و تجربی (هندسه عملی یا محسوس)**. ولی به لحاظ تفاوت در نتیجه‌ها و تفاوت در شیوه استفاده، هر یک شاخه‌ای مستقل از یکدیگر است (ولی بیگ، رهروی، و رحیمی آریایی 1396) و (آشتیانی و مراد زاده 1398).

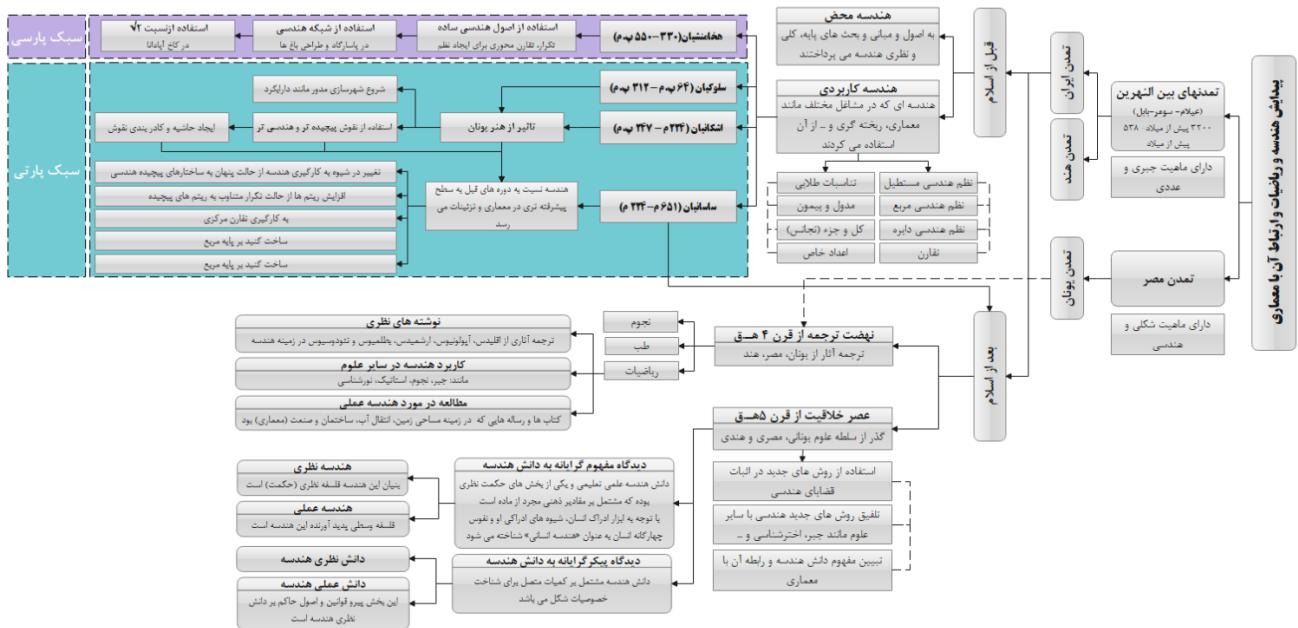
هندسه نظری، درباره خطوط، سطوح و احجام سخن می‌گوید (فارابی 1381، 77)، علت فکر و آفریننده علم است (آشتیانی و مراد زاده 1398) و شکلی است که در اندیشه معمار نقش بسته و در نهایت روی کاغذ پیاده می‌شود؛ در مقابل، هندسه عملی، عاملی بر صناعت و آفرینش عملی بوده و بر دانش و نحوه ساخت و اجرا دلالت دارد و مجموعه فنون و قواعدی است که طراحان را در ایجاد و سازمان‌دهی طرح، یاری نموده و فرایند ساخت و اجرا را امکان‌پذیر می‌سازد (ولی بیگ، رهروی، و رحیمی آریایی 1396).

دانش هندسه در معماری بیشتر از نوع عملی بوده و بر نظام طراحی معماری ایران تأثیر گذاشته است (همان)، اصول ریاضیات در همه سرزمین‌ها و دانش‌ها یکسان است. برای نمونه مشخصات مربع، دایره، اشکال منظم هندسی، زوایا، خطوط موازی و ... در هندسه‌ها مغایر نیست، ولی طرز برداشت و استفاده از هندسه مختلف است (ابوالقاسمی 1385، 33). معماران در هندسه عملی، برای پیاده‌سازی هندسی نظری، همواره از روش‌ها و ابزار ساده استفاده می‌کردند. تنها ابزاری که پیشینیان در اختیار داشتند، ستاره و پرگار بود که معماران معمولاً به‌جای آن از ریسمان استفاده می‌کردند (پیرنیا 1372، 43).

معماران ابتدا طرح و نقشی که در ذهن دارند با استفاده از دانش هندسه نظری بر روی کاغذ ترسیم می‌کنند و در مرحله ساخت و اجرا معماران و استادکاران با استفاده از دانش هندسه عملی که دارای اصول مشترکی با هندسه نظری است، اقدام به پیاده‌سازی و اجرای طرح می‌نمایند، به‌نوعی هندسه حلقه اتصال‌دهنده بین تخیل (ذهنیات معمار و هنرمند) با عینیات است.

هندسه - ریاضی در معماری ایران

در عالم هستی هندسه اساس همه پدیده‌های طبیعی را تشکیل می‌دهد و درک چنین عالمی بدون آن محال است؛ روابط دقیق موجود میان کائنات اشاره به نظم دقیق و پنهان ماورای هستی دارد (نصر 1375). معماری ایرانی، از دیرباز به‌عنوان تجسم فضاهای ریاضی و هندسی، شناخته شده است. از تاریخ دور تا زمان‌های اخیر، بناها و چشم‌اندازها، بر اساس قوانین ریاضی، طراحی شده‌اند و اجرای آن‌ها، نیاز به مهارت در هندسه عملی داشت. «حجازی» نشان می‌دهد که استفاده جامع از تناسبات در معماری ایرانی، مانند طراحی نقشه‌ها، ارتفاعات، الگوهای هندسی و معماری و ویژگی‌های مکانیکی و ساختاری را می‌توان با تحلیل هندسی بناهای تاریخی ایرانی اثبات کرد (حجازی 1387). در کل می‌توان تعامل متقابل بین هندسه، ریاضیات و معماری را به سه دوره عمده، **بین‌النهرین باستان، امپراتوری پارس قبل از اسلام و عصر اسلامی** تقسیم کرد (Sarhangi 2012). در نمودار 2 به‌صورت کلی خلاصه‌ای از تقسیم‌بندی هندسه در دو دوره قبل و بعد از اسلام و همچنین کاربردهای هندسه در پیش از اسلام، مورد بررسی قرار گرفته است.



نمودار 2- دسته‌بندی هندسه در ایران قبل و بعد از اسلام و کاربرد آن در دوره قبل از اسلام- مأخذ نگارندگان

مطالعات صورت گرفته بر روی معماری دوره‌های مختلف نشان‌دهنده حضور هندسه و ریاضیات در معماری و شهرسازی و ایجاد زیرساخت‌های شهری به کمک دانش ریاضیات و هندسه بوده است به‌عنوان مثال الواح به‌دست‌آمده از بین‌النهرین، از مهارت در محاسبه، در سطح عالی، دلالت داشته و وجود «دستگاه موضعی شصتگانی (ستینی)»^۱ را در مدت‌زمان طولانی آشکار می‌سازد. ریاضیدانان شوشی، سومری و بابلی، روش‌های متعددی در باب محاسبات با اعداد، ضرب، محاسبه مساحت و حجم‌ها ابداع کرده و در مسائل خویش، آن‌ها را به کار می‌برده‌اند (فرشاد 1365، 505). ایرانیان باستان، از اشکال هندسی، به‌عنوان ابزار مرتب‌سازی ساختمان‌های خود، استفاده می‌کردند؛ ویرانه‌های باقی‌مانده از بناهای این دوران، شواهدی برای تسلط هندسه در تصور فضای معماری ارائه می‌دهند. در طراحی زیگورات چغازنبیل، از مربع‌های متحدالمرکز صعودی، استفاده شده است. ایرانیان علاوه بر معماری از دانش ریاضیات در سیستم‌های زهکشی و فاضلاب، استفاده کرده‌اند. سیستم‌های فاضلاب در شهر سوخته (حدود 3200 قبل از میلاد) و ناری قنات (حدود 3500 قبل از میلاد)، دانش سازندگان خود را از هندسه نشان می‌دهد (Sarhangi 2012).

بررسی‌های صورت گرفته نشان می‌دهد که در طرح اولیه خانه‌ها و شبکه ارتباطات شهری، در سکونتگاه‌های کهن، از خط‌ها و سطح‌های غیرمستقیم و غیر هندسی استفاده می‌شد، اما با توسعه دانش و فنون گوناگون در جوامع انسانی، کاربرد خط راست و شکل‌های هندسی در طراحی فضاهای معماری و شهری گسترش یافته و نوعی نظام پیمون بندی (مدولار)، بر اساس ریاضیات و هندسه، توسعه یافت و به مرور زمان، تفکیک فضاها و فعالیت‌های معماری و شهری در بافت شهری و فضای معماری به‌ویژه در هگمتانه دیده می‌شود (سلطان‌زاده و یوسفی 1396). به گفته «هرودت»¹، شهر «اکباتان»² (همدان معاصر)، پایتخت مادها، کاملاً به شکل دایره‌ای شکل بود و شهر را هفت دیوار هم‌مرکز احاطه کرده بود (زارعی 1380، 77). در این دوره، معماری ایرانی، از هندسه نمادین فراوان با استفاده از اشکال خالص مانند دایره‌ها و مربع‌ها استفاده می‌کردند و نقشه‌ها اغلب بر اساس طرح‌های متقارن با حیاط و تالار مستطیل شکل است.

سومری‌ها به‌عنوان ساکنان بین‌النهرین، ریاضیدانان بسیار قوی بودند (سارتن 1346، 107)؛ و بابلیان به‌عنوان میراث‌داران آنان، محاسبین چیره‌دست و در جبر قوی‌تر از هندسه بودند. جنبه عمده هندسه بابل در ماهیت جبری آن است (ایوز 1379، 37). بابل بر سر راه جاده‌های کاروان روی بزرگ قرار داشت (و شاید همین موضوع، موجب نیاز آن‌ها به حساب عملی و جبر عددی می‌شد)، در مقابل، مصر کشوری نیمه منزوی بود و پیشرفت خود را مرهون کشاورزی جلگه نیل می‌دید و امور اداری چندان گسترده در آن نیاز نبود. در مصر هر سال رودخانه نیل طغیان می‌کرد و نواحی اطراف رودخانه را سیل فرا می‌گرفت این رویداد تمام علائم مرزی میان املاک را از بین می‌برد و لازم می‌شد دوباره هرکس زمین خود را اندازه‌گیری و مرزبندی کند (بمانیان، اخوت، و بقایی 1390، 38) و همین امر، نیاز به ترفندهای هندسی برای بازیابی اراضی را الزام می‌نمود. علاقه مصری‌ها به شکل و فرم، در مقابل فرهنگ عدد دوستی ساکنان بین‌النهرین، حتی در خط تصویری آنان نیز قابل مشاهده است (دورانت 1378، 216).

قربان بسیاری بین یونان و مصر به لحاظ هنری، معماری و علمی می‌توان پیدا کرد، یونانیان قدیم، معمولاً به مصر همچون گهواره علم می‌نگریستند (سارتن 1346، 153) و (راسل 1340، 174). رفت‌وآمدهای علمی دانشمندان یونانی به مصر، نمونه‌ای از این دلایل است؛ از این رو، اثر مصر در ریاضیات یونان را تا آغاز قرون وسطی می‌توان مشاهده کرد. در زمان تالس، مصریان در هندسه بسیار پیشرفته بودند و کارهای تالس مشتق از کارهای مصریان است؛ تالس راه را برای طرح‌ریزی کتاب اصول هندسه اقلیدس باز کرد تا پیشرفت‌هایی که امروزه در هندسه حاصل شده، فراهم آید (سارتن 1346، 212).

در مقابل تأثیرات فکری و روبه‌ای یونانیان از مصری‌ها، قربان تمدن بین‌النهرین با نواحی اطراف خود، اقسام مختلف پیوستگی‌های فرهنگی میان بین‌النهرین، مصر، سوریه و بسیاری از ملل دیگر باختر آسیا را از یک‌طرف و ایران و هند را از طرف دیگر دربر می‌گیرد (همان). این جابجایی‌های دانشی بین نواحی و تمدن‌های مختلف به‌جایی رسید که هند را میراث‌دار حساب و علم اعداد بین‌النهرین، در شرق و یونان را تداوم هندسه دوستی مصر قرار داد. یونانیان به همان میزان که در ریاضیات ناتوان بودند در هندسه قدرت فراوانی داشتند (دورانت 1378، 918). در مقابل یونانیان، چیزهای ساده‌ای را که مثل آفتاب برای گذشتگان سومری و بابلی، آسان و واضح بوده را نمی‌پذیرفتند و به اثبات نظری آن‌ها بر اساس اصول موضوعه می‌پرداختند در مقابل برای سومری‌ها و دیگر ساکنان حوزه بین‌النهرین، جنبه‌های عملی و کاربردی موضوعات حائز اهمیت بود و به اثبات‌های نظری بی‌توجه بودند. به‌طور کلی می‌توان گفت که دانش ریاضی در یونان قدیم بیشتر جنبه «هندسی» داشته است. شرقیان، مسائل ریاضی را از دیدگاه عددی و جبری می‌نگریستند و روش‌ها و قواعدشان نیز عمدتاً جبری و عددی بوده است؛ درحالی‌که دانشمندان یونانی، به تفسیرات هندسی از مسائل، گرایش و توجه بیشتری داشتند (فرشاد 1365، 505).

بر اساس آنچه گفته شد، شاید بتوان مقایسه ریاضیات یونان و هند را به‌نوعی مقایسه دو رویه و گرایش کلی حاکم بر ریاضیات آن روزگار دانست. هرچند هندیان حسابگران ممتاز، ولی هندسه دانانی متوسط بودند. یونانیان در هندسه تفوق یافتند ولی به کارهای محاسباتی کمتر توجهی از خود نشان می‌دادند. ریاضیات در هند تجربی و عمدتاً ابزاری در خدمت دیگر مشاغل بوده که براهین و روش‌های استدلالی به‌ندرت در آن عرضه می‌شد؛ در مقابل در یونان، ریاضیات هستی‌مستقل یافت و ریاضیات به خاطر خود ریاضیات مورد مطالعه قرار گرفت (ایوز 1379، 227).

تاریخ به‌کارگیری هندسه پس از اسلام

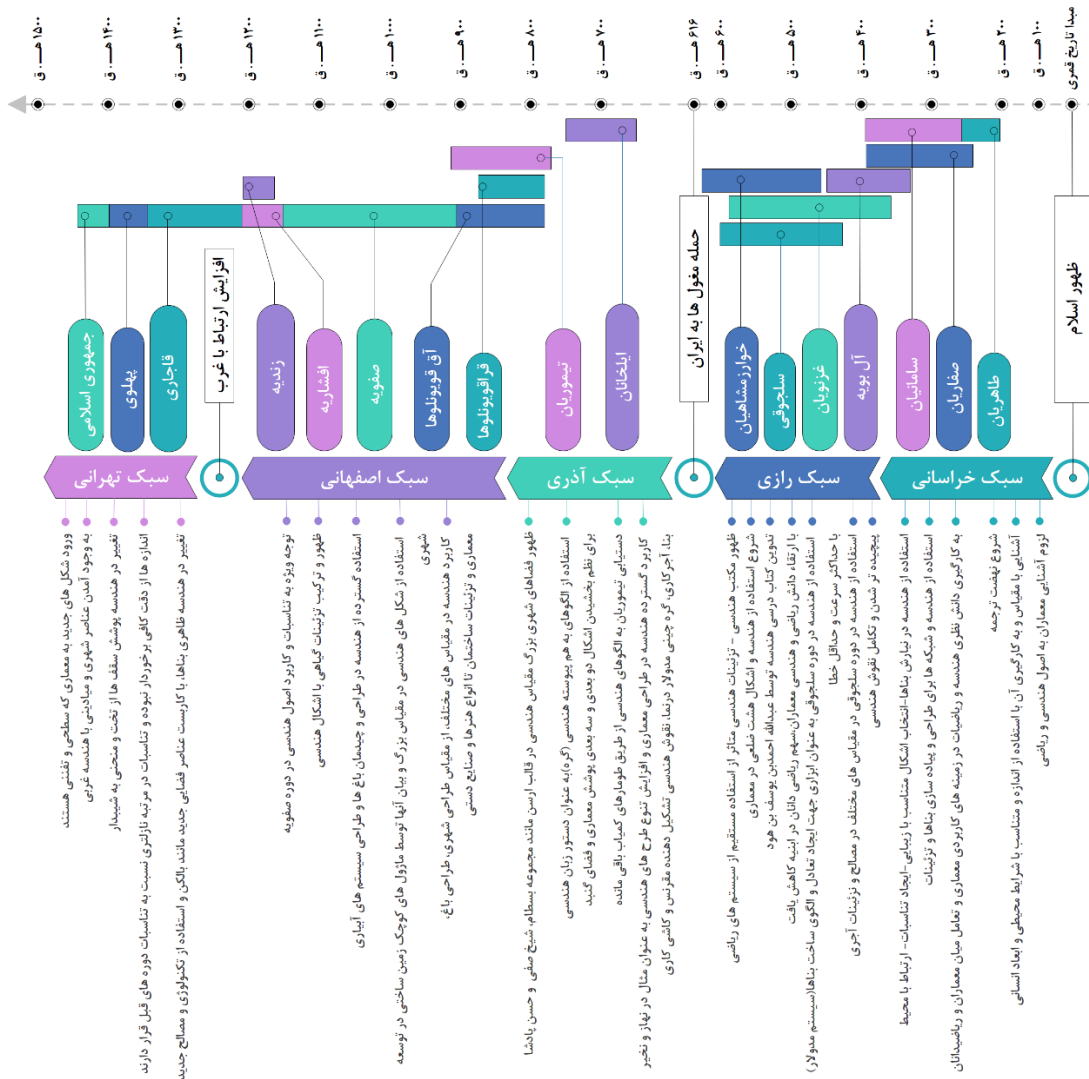
با غلبه اعراب بر ساسانیان در سال 651 میلادی، تبادل فرهنگ‌ها و ترکیب هنرها در بین ملت‌هایی که در منطقه وسیعی تحت تسلط اعراب زندگی می‌کردند، نوعی هنر به نام اسلامی ایجاد کرد. در دوران اسلامی روند تکامل دانش هندسه بر دو دوره استوار بوده است: دوره اول که در آن بازه زمانی آثار متعددی در زمینه نجوم، طب و ریاضیات از یونان و هند به زبان عربی برگردانده شد، «نهضت ترجمه» نام گرفت (ایوز 1379، 229) در این بازه زمانی، کتب و اسناد هندسی مرتبط با مباحث و علوم ساخت‌وساز (معماری) علاوه بر مباحث شهرسازی، در حوزه‌هایی مانند تعیین زمان مناسب برای آغاز ساخت بنا، تعیین سمت قبله (جهت‌یابی)، مباحث مربوط به حساب ابنیه (اندازه‌گیری و برآورد)، مساحی و ... وارد شده و بیانگر ارتباط میان ریاضی‌دانان و معماران می‌باشد (عباسی و دیگران 1398).

با ترجمه آثار تمدن‌های غیرعربی (سده‌های 2 تا 4 هجری قمری) مانند یونان، ایران، مصر و هند در زمینه ریاضیات و سایر علوم وابسته، تألیفات تخصصی در زمینه هندسه و کاربرد آن در معماری آغاز گردید (نیستانی 1384) و مسلمانان با علوم جهان آشنا شدند. برخی منابع، اثبات قضایای هندسی را که با تدوین رساله‌های متعدد همراه بود را در ارتباط با تبیین نقش هندسه در معماری دانسته‌اند (افندی 1389) در زمان فرمانروایی هارون الرشید، بسیاری از آثار کلاسیک علمی یونانی به

1- Herodotus

2 - یونانیان هگمتانه را اکباتان می‌خواندند.

عربی برگردانده شدند؛ همچنین در عهد حکومت او معارف هندی، رخنه بیشتری به بغداد پیدا کرد و عصر حکومت مأمون پسر، فضلی زیادی به نوشتن آثاری در زمینه ریاضیات و نجوم پرداختند که مشهورترین آن‌ها «خوارزمی» بود (نصر 1384، 29) به نقل از (بنی‌هاشمی و بیٹی 1398). خوارزمی از اولین دانشمندی بود که در زمینه هندسه مطالبی را ارائه کرد، او مکتبی را بنیان نهاد که مبدع دانش جبر شناخته شد. کتاب «الجبر و المقابله» خوارزمی از کهن‌ترین رساله‌هایی است که در آن با استفاده از روش‌های جبری به حل مسائل هندسی پرداخته شده است (آقایانی چاوشی 1389) ساخت بناهای تاریخی دوران اسلامی در ایران به‌صورت هندسی، تجلی حکمت اسلامی در کالبد بناهای ایرانی است (مهدوی نژاد 1383) دانشمندان تاریخ علم، خط جدایی بین علوم غرب (یونانی) و شرق را استفاده از برهان و استدلال و نظری بودن علم در یونان و عمل‌گرایی و غیراستدلالی بودن آن را در شرق می‌دانند (فرشاد 1365، 104). در نمودار 3 به‌صورت خلاصه، حکومت‌ها و سبک‌های معماری که در ایران وجود داشته‌اند به همراه دستاوردها و استفاده آن‌ها از دانش ریاضیات و هندسه در رابطه با معماری نشان داده شده است.



نمودار 3- خلاصه روند استفاده از هندسه و تغییرات آن در دوره‌های مختلف تاریخی، پس از ورود اسلام به ایران تا معاصر - مأخذ: نگارندگان

نتیجه‌گیری

بامطالعه و بررسی‌های صورت گرفته در خصوص معماری ایران می‌توان رابطه ریاضی و هندسه با معماری را در 3 مقیاس مورد بررسی قرار داد. در **مقیاس کلان (شهری) یا مجموعه‌ای**، معماران و شهرسازان ایرانی با استفاده از دانش هندسه زمان خود، اقدام به طراحی و ساخت زیرساخت‌های شهری مانند سیستم زهکشی و فاضلاب شهری می‌کردند (سیستم‌های فاضلاب در شهر سوخته) یا با استفاده از شبکه تناسب سعی در قرار دادن متناسب بناها در کنار یکدیگر داشتند (شهر دارابگرد و اکباتان) تا هم بتوانند از نظر اقلیمی شرایط مطلوبی را ایجاد نمایند و هم از نظر سازه و دسترسی به بناها، نیازهای کاربران خود را فراهم آورند؛ و یا در ساخت باغ‌های خود از آن‌ها استفاده می‌کردند (باغ‌های ایرانی).

در **مقیاس میانه**، دانش هندسه در اختیار معمار قرار می‌گیرد تا با استفاده از آن بتواند فضاهای داخلی را با توجه به نیاز کاربران خود شکل داده به صورت متناسب کنار هم قرار دهد؛ علاوه بر آن فرم و هندسه بنا، در ارتباط نزدیک و پیوسته با سازه آن می‌باشد، عواملی مانند شرایط اقلیمی، توپوگرافی و ... بر فرم و هندسه بنا تأثیر گذار می‌باشد.

در **مقیاس خرد**، نیز معمار با استفاده از هندسه در پی ایجاد ارتباط و هماهنگی با اجزای مختلف است و همواره هندسه اجزا بر یکدیگر و بر کل بنا تأثیر گذار خواهد بود، به‌عنوان مثال هندسه و شکل مصالح مصرفی در ساخت یک بنا بر هندسه، مقیاس، زیبایی و تناسب آن بنا تأثیر گذار بوده است. با توجه به موارد ذکر شده در هر کدام از مقیاس‌های کاربردی هندسه و ریاضیات در معماری، می‌توان این موارد را منطبق بر سه اصل معماری (استحکام¹، سودمندی²، زیبایی³) که توسط ویتروویوس⁴ ارائه شده بود، دانست (نمودار 4).



نمودار 4- زمینه‌های کاربردی هندسه در معماری ایرانی- اسلامی، مأخذ: نگارندگان برگرفته از مطالب (محمدیان منصور، ندیمی، و تفضلی 1399) و (Bellone, Fiermonte and Mussio 2017) و (مهدوی نژاد و جوانرودی 1390)

- 1 - Firmitas
- 2 - Venustas
- 3 - Utilitas
- 4 - Vitruvius

منابع

1. ابن سینا، حسین. 1406 ه.ق. تسع الرسائل فی الحکمه و الطبیعیات. با ترجمه حسن عاصمی. بیروت: دارقابس.
2. ابوالقاسمی، لطیف. 1385. هنجار شکل یابی معماری اسلامی ایران. تدوین توسط محمد یوسف کیانی. تهران: سازمان مطالعه و تدوین کتب علوم انسانی دانشگاه‌ها.
3. آری، منوچهر. 1384. نگاهی دیگر به برج‌ها. تهران: سازمان میراث فرهنگی.
4. آشتیانی، حمیدرضا، و سام مراد زاده. 1398. بررسی آراء اخوان الصفا در مورد علم عدد و هندسه مطالعه موردی نقش‌مایه‌ها و تزئینات هندسی گنبد کیود مراغه. معماری شناسی (نشریه اختصاصی معماری و شهرسازی) شماره 13 (سال دوم): 1-13.
5. افندی، جعفر. 1389. رساله معماری. با ترجمه مهرداد قیومی بیدهندی. تهران: فرهنگستان هنر.
6. آقایانی چاوشی، جعفر. 1389. تأثیر تمدن اسلامی در شکوفایی ریاضیات کاربردی محاسبه فاصله بغداد مکه. فلسفه و کلام: پژوهش‌های علم و دین 2: 23-40.
7. ایوز، هاورد. 1379. آشنایی با تاریخ ریاضیات. با ترجمه محمدقاسم وحیدی اصل. جلد اول. تهران: مرکز نشر دانشگاهی.
8. بلخاری قهی، حسن. 1390. مبانی عرفانی هنر و معماری اسلامی. چاپ دوم. تهران: انتشارات سوره مهر (وابسته به حوزه هنری).
9. بمانیان، محمدرضا، هانیه اخوت و پرهام بقایی. 1390. کاربرد هندسه و تناسب در معماری. تهران: هله.
10. بنی‌هاشمی، محمدعلی، و حامد بی‌تی. 1398. بازخوانی رابطه ریاضی و معماری از منظر الگوریتم. فصلنامه پژوهش‌های معماری اسلامی شماره 24 (سال هفتم): 107-123.
11. پارسا، سروناز، و فرهاد فخار تهرانی. 1392. نگاهی بر هندسه نظری گنبد و تاق در معماری ایرانی. نخستین همایش فناوری و سازه‌های سنتی با محور گنبد‌ها. تهران: موسسه آموزش عالی علوم و فنون تهران.
12. پوپ، آرتور. 1385. سیری در هنر ایران. با ترجمه نجف دریابندری. تهران: انتشارات علمی و فرهنگی.
13. پیرنیا، محمدکریم. 1372. درس‌نامه معماری اسلامی 2. تهران: دانشگاه تهران.
14. حجازی، مهرداد. 1387. هندسه مقدس در طبیعت و معماری ایرانی. نشریه علمی و پژوهشی تاریخ علم: 15-36.
15. دورانت، ویل. 1378. تاریخ تمدن. با ترجمه احمد آرام، امیرحسین آریابور و عسکری پاشایی. تهران: انتشارات علمی و فرهنگی.
16. راسل، برتراند. 1340. تاریخ فلسفه غرب. با ترجمه نجف دریابندری. تهران: انتشارات آوند.
17. زارعی، محمدابراهیم. 1380. آشنایی با معماری جهان. تهران: فن‌آوران.
18. سارتن، جورج. 1346. تاریخ علم (علم قدیم تا پایان دوره طلایی یونان). با ترجمه احمد آرام. تهران: امیرکبیر.
19. سلطان‌زاده، حسین، و ماندانا یوسفی. 1396. چگونگی کاربرد هندسه و تفکیک فضاها در معماری پیش‌ازتاریخ. دو فصلنامه اندیشه معماری شماره اول (سال اول): 54-70.
20. طاهری، جعفر. 1394. مناسبت معماری با علوم دقیقه در متون اسلامی. معماری ایران شماره 7: 127-150.
21. طاهری، جعفر. 1390. نقش ریاضی‌دانان در معماری به روایت متون دوره اسلامی. مجله تاریخ علم شماره 10: 39-65.
22. عباسی، نوشین، مریم قاسمی سیچانی، نیما ولی بیگ، و مهدی سعدوندی. 1398. ارزیابی آراء ریاضی‌دانان مسلمان (سده دو تا یازده هجری قمری) در باب ماهیت هندسه در معماری. دو فصلنامه اندیشه معماری، بهار و تابستان: 84-105.
23. فارابی، محمد. 1381. احصاء العلوم. با ترجمه حسین خدیوچم. تهران: انتشارات علمی و فرهنگی.
24. فرشاد، مهدی. 1365. تاریخ علم در ایران. جلد اول. تهران: امیرکبیر.
25. فره‌وشی، بهرام. 1352. فرهنگ پهلوی. تهران: دانشگاه تهران.
26. کلمبک، لیزا، و دونالد ویلبر. 1374. معماری تیموری در ایران و توران. با ترجمه محمد یوسف کیانی و کرامت الله افسر. تهران: سازمان میراث فرهنگی.
27. گدار، آندر. 1388. آثار ایران. با ترجمه ابوالحسن سروقد مقدم، مشهد: آستان قدس رضوی.
28. محمدیان منصور، صاحب، هادی ندیمی، و زهره تفضلی. 1399. نظریه‌های درباره انتظام‌های هندسی معماری ایران. پژوهش‌های باستان‌شناسی ایران شماره 24 (دوره دهم): 227-249.
29. مکتزی، دیوید نیل. 1388. فرهنگ کوچک زبان پهلوی. تهران: پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی.
30. مهدوی نژاد، محمدجواد. 1383. حکمت معماری اسلامی ایران جست‌وجو در ژرف‌ساخت‌های معنوی معماری اسلامی ایران. هنرهای زیبا شماره 19 (شماره پیاپی 464): 57-66.
31. مهدوی نژاد، محمدجواد، و کاوان جوانرودی. 1390. مقایسه تطبیقی اثر جریان هوا بر دو گونه بادگیر یزدی و کرمانی. نشریه هنرهای زیبا - معماری و شهرسازی شماره 48: 69-79.
32. مولوی، بهزاد. 1381. بررسی کاربرد هندسه در معماری گذشته ایران (دوره اسلامی). جلد چاپ اول. تهران: نشر وزارت مسکن و شهرسازی مرکز تحقیقات ساختمان و مسکن.
33. نجفقلی پور کلاتری، نسیم، ایرج اعتصام، و فرح حبیب. 1396. بررسی هندسه و تناسب طلایی در معماری ایران (نمونه مطالعاتی: خانه‌های سنتی شهر تبریز). فصلنامه مدیریت شهری، بهار: 477 - 491.
34. نجفقلی پور کلاتری، نسیم، ایرج اعتصام، و فرح حبیب. 1396. تجلی هندسه و تناسب در بناهای سنتی معماری ایران در سبک آذری محدوده جغرافیایی آذربایجان. فصلنامه جغرافیایی سرزمین، تابستان: 115-130.
35. نجیب اوغلو، گل رو. 1389. هندسه و تزئین در معماری اسلامی: (طومار توبقایی). با ترجمه مهرداد قیومی بیدهندی. تهران: روزنه.
36. نصر، حسین. 1384. علم و تمدن در اسلام. با ترجمه احمد آرام. تهران: انتشارات علمی و فرهنگی.
37. نصر، حسین. 1375. هنر و معنویت اسلامی. با ترجمه رحیم قاسمیان. تهران: دفتر مطالعات دینی هنر.

38. نقره کار، عبدالحمید. 1392. حکمت هنر و معماری اسلامی. تهران: دانشگاه علم و صنعت.
39. نیستانی، جواد. 1384. سابقه ترسیم نقشه و کاربرد هندسه و حساب در معماری اسلامی (از سده‌های نخستین اسلامی تا سده 9 هـ ق). پیک نور 42-49.
40. هاشمی زرج آباد، حسن، محمدحسن ضیایی نیا، و حمیدرضا قربانی. 1394. بازخوانی تحلیل اصول هندسی و تناسب طلایی در مدرسه شوکتیه. پژوهش‌های باستان‌شناسی ایران دوره پنجم: 207-222.
41. ولی بیگ، نیما، ساناز رهروی، و افروز رحیمی آریایی. 1396. تحلیل ویژگی‌های هندسی و توانمندی معماران محلی در فناوری ساخت گنبد‌های دو پوسته گسسته در شیوه نابین. پژوهش‌های باستان‌شناسی ایران شماره 14: 191-206.

42. Al-Daffa, Ali Abdullah. 1977. *The muslim contributin to mathematicse*. Atlantic Highlands N.J: Humanities Press.
43. Bellone, Tamara, Francesco Fiermonte, and Luigi Mussio. 2017. "The common evolution of geometry and architecture from a geodetic point of view." *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences* 42 (5/W1).
44. Denny, Walter B. 1998. "The Topkapi Scroll: Geometry and Ornament in Islamic Architecture." *Gülru Necipoğlu, Mohammad al-Asad.* *Speculum* 73.
45. Holod, Renata. 1988. "Text, Plan and Building: On the Transmission of Architectural Knowledge." *Theories and Principles of Design in the Architecture of Islamic Societies*. Cambridge, Massachusetts: The Agha Khan Program for Islamic Architecture. 1-12.
46. Özdural, Alpay. 1995. "Omar Khayyam, Mathematicians, and "Conversazioni" with Artisans." *Journal of the Society of Architectural Historians* 54(1): 54-71. doi:<https://doi.org/10.2307/991025>.
47. Saliba, George. 1995. *A History of Arabic Astronomy: Planetary Theories During the Golden Age of Islam* (New York University Studies in Near Eastern Civilization). Choice Online review.
48. Sarhangi, Reza. 2012. "Persian Architecture and Mathematics: An Overview." *Nexus Network Jurnal* (Kim Williams Books) 197-201.